



Secretaría
de Educación
Gobierno de Puebla

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA

NIVEL: MEDIO SUPERIOR

**CAMPO DISCIPLINAR:
MATEMÁTICAS**

**DISCIPLINA:
PENSAMIENTO
MATEMÁTICO IV**



DISCIPLINA

PENSAMIENTO MATEMÁTICO IV

SITUACIÓN DE APRENDIZAJE

“Música para mis oídos”

El papá de Jessica está ahorrando porque quiere hacerle una bonita fiesta y está pensando en apartar un salón. Han visitado varios, sin embargo, existe uno que le llamó más la atención pues el dueño les explicó que, gracias a la forma geométrica del salón, los músicos pueden estar en un lugar y la pista de baile en otro de tal forma que quienes bailen escuchen claramente la música sin tener que estar tan cerca del conjunto musical, mientras que quienes se queden sentados pueden escuchar la música, pero con menor intensidad.

Jessica supo después que en algunos “antros” ocurre el mismo efecto pues existen varias pistas de baile en las cuales tocan diferentes tipos de música (reggaetón, electrónica, salsa, banda, shuffle dance, etc.), al mismo tiempo quienes bailan en una pista no escuchan lo que se baila en las demás. El papá de Jessi le pide a su hija que le explique este efecto que se produce en dichos lugares, pues se ha imaginado cómo sería esto, pero no logra entenderlo.

- ¿Cómo le ayudarías a explicar matemáticamente el efecto que sucede en el salón de fiestas? Argumenta tu respuesta.
- ¿Qué forma debe tener ese tipo de salones para que tenga el mismo efecto?
- ¿Qué otras aplicaciones tienen la circunferencia y la elipse en la vida cotidiana?
- ¿Qué recomendaciones debe seguir la alumna para que pueda lograr sus objetivos en sus estudios en educación superior?



PROPÓSITO DE LA SITUACIÓN

Resolver problemas que impliquen el uso de las ecuaciones de la elipse y la circunferencia, mediante las aplicaciones de estas cónicas en la vida cotidiana y en la tecnología.

¿QUÉ DEBO HACER?

Aplicación de las ecuaciones de la elipse y/o circunferencia, así como representación de alguna de estas utilizando un modelo construido (maqueta o prototipo) con material reutilizable que permita ilustrar su uso.

¿CÓMO LO REALIZARÉ?

ACTIVIDAD 1:

Construya 5 conos regulares con plastilina (de la medida que tu consideres) y a cada cono hazle un corte con ayuda de un cutter o navaja de acuerdo a las siguientes especificaciones:

- Cono 1: Corte paralelo a la base (horizontal)
- Cono 2: Corte Oblicuo a la base
- Cono 3: El plano de corte es paralelo a la generatriz
- Cono 4 y cono 5: El plano de corte intersecta las dos superficies cónicas (Vertical).

Identifique sus secciones a partir de los cortes realizados, exprese la relación que hay en cada figura obtenida.



Si existe duda observa el siguiente video: <https://www.youtube.com/watch?v=GHgHx1X4XDl>

Observe el video: “Elipse trazado y elementos | Introducción”, (<https://www.youtube.com/watch?v=P-PhOy9F7Sg>), siguiendo el metodo que se ocupa en el video trace en su libreta tres elipses de tamaños diferentes y en dichos trazos identifica y remarca con colores cada uno de los elementos de la elipse.

Lea “Ecuación de la Elipse”(<https://www.fiscalab.com/apartado/ecuacion-elipse>), una vez terminada la lectura, elabore un glosario donde defina a la elipse como lugar geométrico y cada uno de sus elementos, y responda:

¿Qué distancia debe haber entre sus focos?

¿Qué distancia debe tener la cuerda una vez sujeta a sus focos para poder trazarla?

Verifique que la siguiente relación $c^2 = a^2 - b^2$ sirve para hallar la distancia c entre los focos y el centro.

Lee los siguientes artículos: “Área de una Elipse” (<https://www.universoformulas.com/matematicas/geometria/area-elipse/>) y “¿Cómo se cuenta el número de asistentes a una manifestación”(<https://www.muyinteresante.es/curiosidades/preguntas-respuestas/icomosecuentaelnúmero-de-asistentes-a-una-manifestacion>), con dicha información calcule el área de las tres elipse que trazó en su libreta (debe conocer a y b).

ACTIVIDAD 2



Dé lectura a la situación de aprendizaje de la UACII “Música para mis oídos”, y conteste en su libreta de apuntes: ¿de qué trata?, ¿cómo explicarías el fenómeno presentado en la situación de forma analítica?. (Para contestar la pregunta dos, puedes consultar: “Aplicaciones de la elipse” :

<https://books.google.com.mx/books?id=IUZCCAYSM0AC&pg=PA150&lpg=PA150&dq=aplicaciones+de+la+elipse+y+el+sonido&source=bl&ots=H4ndNOJOT&sig=ACfU3U39hm2Rh2Q7ZvQkoAN84JxxAJeS1g&hl=es419&sa=X&ved=2ahUKewiqvYrqq7zoAhXKZc0KHSRjAwgQ6AEwEnoECAoQAQ#v=onepage&q=aplicaciones%20de%20la%20elipse%20y%20el%20sonido&f=false>

y leer este breve segmento:

“Para terminar te dejamos con una aplicación de las elipses a la acústica: las galerías de murmullos (whispering rooms): si la forma de la cúpula de un auditorio o galería es elíptica, entonces un susurro o murmullo débil emitido en un foco prácticamente pasa desapercibido en la mayor parte del salón excepto en el otro foco, donde es claramente escuchado. La aplicación de esta propiedad acústica en el diseño arquitectónico data de tiempos antiguos, pues se le ha encontrado en el Taj Majal de la India, en la Cámara de los Suspiros de la Catedral de San Pablo, en Londres, en la Galería de los Suspiros del Convento del Desierto de los Leones de la ciudad de México, y más recientemente en el Tabernáculo Mormón en Salk Lake City, Estados Unidos, y en el Salón de las Estatuas del Capitolio de Washington, D.C., donde se dice que John Quincy Adams, mientras formaba parte de la Cámara de Representantes, pidió que colocaran su escritorio en el lugar correspondiente a uno de los focos de la elipse, para tener oportunidad de escuchar claramente las conversaciones privadas que tenían lugar entre quienes incautamente platicaban parados en el otro foco.”

(https://www.bunam.unam.mx/mat_apoyo/MaestrosAlumnos/mApoyo/01/Unidad_3/a10u3t02p25.html#2).

Lee “Elementos de la Elipse” que se encuentra en la liga <https://books.google.com.mx/books?id=IUZCCAYSM0AC&pg=PA150&lpg=PA150&dq=aplicaciones+de+la+elipse+y+el+sonido&source=bl&ots=H4ndNOJOT&sig=ACfU3U39hm2Rh2Q7ZvQkoAN84JxxAJeS1g&hl=es419&sa=X&ved=2ahUKewiqvYrqq7zoAhXKZc0KHSRjAwgQ6AEwEnoECAoQAQ#v=onepage&q=aplicaciones%20de%20la%20elipse%20y%20el%20sonido&f=false>



Secretaría de Educación

Gobierno de Puebla

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA

y elabora en tu libreta de apuntes un formulario, donde consideres las fórmulas de vértices, focos, eje menor, eje mayor, ecuación canónica, lado recto, excentricidad, co-vértices, con centro en el origen, y centro fuera del origen.

Observe los siguientes videos: https://www.youtube.com/watch?v=ZZtG_9k6UeA y https://www.youtube.com/watch?v=RTv6_40d3KQ

Copia en tu libreta los siguientes ejercicios ejemplo:

Encontrar la ecuación y gráfica de la elipse cuyos vértices son $V(4,0)$ y $V'(-4,0)$, y sus focos son los puntos $F(3,0)$ y $F'(-3,0)$

Es conveniente empezar por identificar de qué clase de elipse se trata: ¿horizontal o vertical?

De acuerdo a la posición de los vértices y focos el eje mayor es horizontal, por tanto, la elipse es horizontal y tiene centro en el origen (punto medio entre los vértices).

De los datos de nuestro ejemplo:

$$a = 4; \quad c = 3; \quad b = \sqrt{a^2 - c^2}; \quad b = \sqrt{4^2 - 3^2}; \quad b = \sqrt{7}$$

La ecuación de la elipse será: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ o $\frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{7} = 1$

Dada la ecuación de la elipse $9x^2 + 25y^2 = 225$. Encontrar las coordenadas de los vértices, de los focos, la longitud de los ejes mayor y menor, la excentricidad, la longitud de los lados rectos y bosquejar su gráfica.

Solución:

Lo primero que debemos hacer es llevar la ecuación a la forma ordinaria, es decir igualarla a uno. Para eso la dividimos entre 225:

$$\frac{9x^2}{225} + \frac{25y^2}{225} = \frac{225}{225}$$



Secretaría de Educación

Gobierno de Puebla

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA

Simplificando las fracciones tenemos: $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$, que corresponde a una elipse horizontal de la forma $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$.

De la que sabemos sus vértices tienen coordenadas $V(-a,0)$ y $V'(a,0)$, sus focos $F(-c,0)$ y $F'(c,0)$, longitud del eje mayor = $2a$, longitud del eje menor = $2b$, $e = \frac{c}{a}$ y lado recto = $\frac{2b^2}{a}$.

A continuación determinamos el valor de cada una de las constantes a , b y c para esta elipse particular.

$$a^2 = 25; a = 5$$

$$b^2 = 9; b = 3$$

$$a^2 = b^2 + c^2;$$

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

$$c = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

Con lo que los vértices son $V(-5,0)$ y $V'(5,0)$,

sus focos $F(-4,0)$ y $F'(4,0)$,

eje mayor = $10u$, eje menor = $6u$,

$$e = \frac{4}{5} \text{ y lado recto} = \frac{2(3)^2}{5} = \frac{18}{5}$$



Secretaría de Educación

Gobierno de Puebla

Calcula la ecuación de la elipse horizontal que tiene su centro en el punto $C(2, -1)$ y cuyo eje mayor mide 10 unidades y el eje menor mide 6 unidades.

Del texto del problema es fácil ver que $h = 2$ y que $k = -1$. También $a = 5$ y $b = 3$. Luego, la ecuación de esta elipse es:

$$\frac{(x - 2)^2}{25} + \frac{(y + 1)^2}{9} = 1$$

A partir de los valores de a y b podemos calcular el valor de c :

$$c = \sqrt{a^2 - b^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3$$

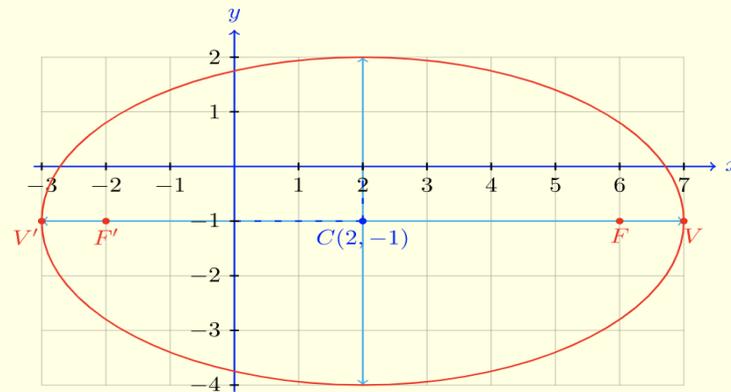
Los focos de esta elipse están en los puntos:

$$F(h + c, k) = F(6, -1) \quad \text{y} \quad F'(h - c, k) = F'(-2, -1)$$

Los vértices están en:

$$V(h + a, k) = V(7, -1) \quad \text{y} \quad V'(h - a, k) = V'(-3, -1)$$

La gráfica de esta elipse es la siguiente:



La excentricidad de esta elipse es:

$$e = \frac{c}{a} = \frac{3}{5} = 0.6$$



Apoyándose de los videos y ejercicios resueltos resuelva en su libreta los ejercicios de las páginas 17 y 18 del siguiente documento:

http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/lrm/GeomAna/Stewart_Cap10.pdf

Proponga 2 fracciones menores a un medio, 2 fracciones mayores a un medio, cero y uno; asóciense con excentricidad de la elipse $e = c/a$ y con ayuda del siguiente simulador (<https://www.geogebra.org/m/pt87e7ST>) pruebe cada unos de estos valores, y explique en su libreta que sucede cuando:

- a) $e < \frac{1}{2}$
- b) $e > \frac{1}{2}$
- c) $e = 1$
- d) $e = 0$
- e) Describa la relación de la elipse $e = c/a$

ACTIVIDAD 3

Pegue en su libreta de apuntes 5 imagenes de construcciones que tengan forma elíptica, describa cada una de estas imagenes.

Realiza la siguiente lectura: “Ecuación General de la Elipse”:

https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/mate/mate3/matemalII/11U4Ecuacion_general_de_una_elipse.pdf

Para reforzar la lectura observe los siguientes videos: <https://www.youtube.com/watch?v=849ryoz3LaU&t=61s>

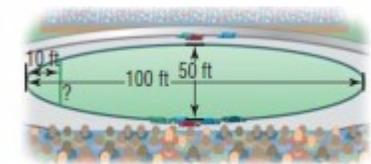
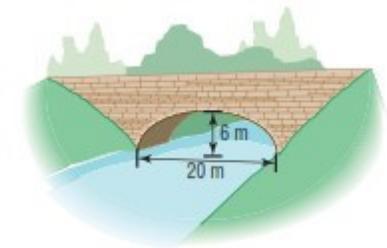


[https://www.youtube.com/watch?v= d1SyjVGVpk](https://www.youtube.com/watch?v=d1SyjVGVpk)

De los siguientes ejercicios planteados, obtenga la ecuación general de la elipse y grafique ($Ax^2+Cy^2+Dx+Ey+F = 0$) (Para resolver los ejercicios considere la lectura, los videos y las notas)

Resuelva los siguientes problemas de aplicación asociados a la ecuación general de la elipse e identifique; a) Elementos, b) Gráfica en plano cartesiano.

1. Un arco con la forma de la parte superior de una elipse se usa para soportar un puente que salva un río de 20 metros de ancho. El centro del arco está a 6 metros arriba del centro del río (véase la figura adjunta) .Escriba una ecuación para la elipse en la que el eje coincida con el nivel del agua y el eje pase por el centro del arco.
2. Una persona situada en un foco de una galería murmurante está a 6 pies de la pared más cercana. Su amigo está en el otro foco ,a 100 pies de distancia .¿Cuál es la longitud de esta galería murmurante?.¿Qué altura tiene el techo elíptico en el centro?
3. Una pista de carreras tiene la forma de una elipse de 100 pies de largo y 50 pies de ancho, ¿Qué ancho tiene a 10 pies de un extremo?



Redacte un escrito sobre cómo la elipse le puede ser útil en algún aspecto de su vida y sus aplicaciones en diversos contextos.

ACTIVIDAD 4.

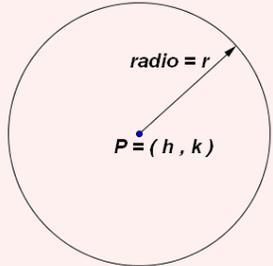
Consulta la siguiente liga

https://usuarios.fceia.unr.edu.ar/~ugarte/Algebra%20y%20Geometria%20Analitica/Conicas/Secciones%20%20c%F3nicas_2018.pdf a partir de la pag. 5 a la 8 y http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/sistemas/Geometria_analitica.pdf de la 118 a la 122 .



Si quieres reforzar los contenidos observa el siguiente vídeo: “Conceptos básicos ecuación de la CIRCUNFERENCIA” https://www.youtube.com/watch?v=vICf_JIwar4&list=PLeYSRPnY35dEqa7TokZvU6AqPL0n246JA

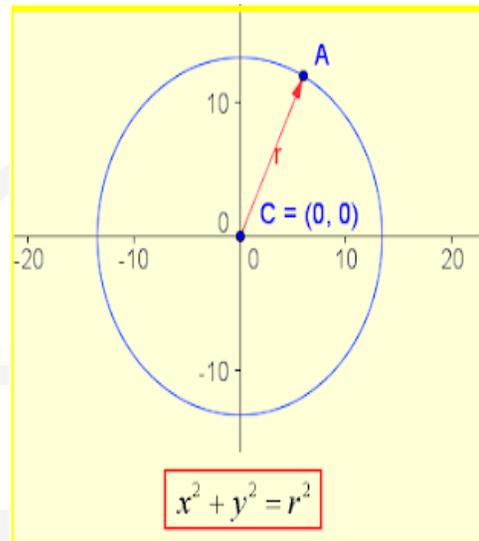
Elabora un formulario donde escribas las ecuaciones de la circunferencia con centro en el origen y fuera del origen.



radio = r

$P = (h, k)$

Sea la circunferencia de radio r
y centro $P(h, k)$
La Ecuación General es:
 $x^2 + y^2 + Ax + By + C = 0$
Donde:
 $A = -2h$
 $B = -2k$
 $C = h^2 + k^2 - r^2$

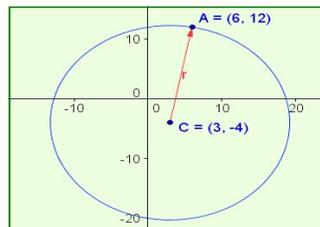


Traza en un plano cartesiano 2 circunferencias de diferente tamaño, una con centro en el origen y otra con centro fuera del origen, con colores identifica los elementos de la circunferencia; calcula el radio (Formula distancia entre dos puntos) y su ecuación canónica. (puedes utilizar tu formulario)



Secretaría
de Educación
Gobierno de Puebla

Ejemplo:



Calculando el radio (Distancia entre dos puntos)

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r = \sqrt{(6 - 3)^2 + (12 - (-4))^2}$$

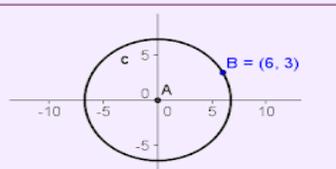
$$r = \sqrt{3^2 + 16^2} = \sqrt{9 + 256}$$

$$r = \sqrt{265} \Rightarrow r^2 = 265$$

Ecuación Ordinaria de la Circunferencia:

$$(x - h)^2 + (y - k)^2 = r^2$$

$$(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = 265$$



Calculando el Radio:

$$r = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$r^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$r^2 = (3 - 0)^2 + (6 - 0)^2$$

$$r^2 = 3^2 + 6^2 = 9 + 36$$

$$r^2 = 45$$

Ecuación canónica

$$x^2 + y^2 = r^2$$

$$x^2 + y^2 = 45$$

Resuelve los siguientes ejercicios, argumentando tus respuestas con los procedimientos completos.

- Encontrar la Ecuación General de la Circunferencia con centro $(-2, 3)$ y radio 5, hacer la gráfica.
- Analizar la ecuación de la circunferencia expresada como: $X^2 + Y^2 = 4$, hacer la gráfica
- Hallar la ecuación de la circunferencia con centro en el origen y que pasa por el punto $(-3, 2)$.
- Obtén el radio, centro y gráfica de la circunferencia que tiene como ecuación:

$$x^2 + y^2 - 2x + 6y - 6 = 0$$



Secretaría de Educación

Gobierno de Puebla

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA

- Encontrar el centro y el radio de la circunferencia cuya ecuación es: $9x^2 + 9y^2 - 12x + 36y - 104 = 0$. Trazar la circunferencia.
- Hallar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos A(1,2) y B(3,4) y que tiene de radio $r=5$.
- Encontrar la ecuación de la circunferencia que pasa por los puntos (5, -1), (4, 6) y (-2,-2)
- Encontrar los puntos de intersección de las dos circunferencias que tienen por ecuaciones:
 - $x^2 + y^2 - 8x - 8y = 4 - 16\sqrt{2}$
 - $x^2 + y^2 = 4$

Consulte la siguiente liga: <https://seccionessonicasayuda.wordpress.com/la-circunferencia-en-la-vida-real/>

Realice un reporte de lectura ¿sobre qué utilidad tiene conocer sobre el tema y dónde lo aplicaría en su vida?

Elige una aplicación de la elipse o circunferencia, por ejemplo, rueda de la fortuna, mesa de billar elíptica, techo de una iglesia, bicicleta, tablero de dardos, etc. De dicha aplicación elabora una maqueta o prototipo con materiales reutilizables; calcula la ecuación general, ecuación canónica y los elementos de esta (vértices, focos, radios, etc.); así como su gráfica en el plano cartesiano.



AUTOEVALUACIÓN

RÚBRICA			
COMPETENCIA	BÁSICO	MEDIO	AVANZADO
Argumenta la solución obtenida de un problema, con métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	Argumenta ambiguamente la solución obtenida de un problema de circunferencia o elipse, sin utilizar métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, empleando de manera incipiente el lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	Argumenta limitadamente la solución obtenida de un problema de circunferencia o elipse, utilizando parcialmente métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el lenguaje verbal, matemático o el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.	Argumenta claramente la solución obtenida de un problema de circunferencia o elipse, utilizando de manera efectiva los métodos numéricos, gráficos, analíticos o variacionales, mediante el uso adecuado del lenguaje verbal, matemático y el uso de las tecnologías de la información y la comunicación.
Identifica los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.	Identifica pocos de los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.	Identifica algunos de los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.	Identifica todos los sistemas y reglas o principios medulares que subyacen a una serie de fenómenos.



REFERENCIAS

Ruiz, J. (2010). Matemáticas 3. Geometría Analítica Básica. México: Patria.

Lehmann, C. (2008). Geometría Analítica. México: Limusa.

Alegría, P. (8 de 11 de 2019). LAS CÓNICAS Y SUS APLICACIONES. Obtenido de LAS CONICAS Y SUS APLICACIONES:

<http://www.ehu.es/~mtpalezp/conicas.pdf>

(2020) Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=GHgHx1X4XDI> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://www.fiscalab.com/apartado/ecuacion-elipse> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de (<https://www.universoformulas.com/matemáticas/geometria/area-elipse/>) fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://www.muyinteresante.es/curiosidades/preguntas-respuestas/icomosecuentaelnúmerodeasistentesaunamanifestacion> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://books.google.com.mx/books?id=IUZCCAYSM0AC&pg=PA150&lpg=PA150&dq=aplicaciones+de+la+elipse+y+el+sonido&source=bl&ots=H4ndN0JOT&sig=ACfU3U39hm2Rh2Q7ZvQkoAN84JxxAJeS1g&hl=es419&sa=X&ved=2ahUKEwiqYrqq7zoAhXKZc0KHsRjAwgQ6AEwEnoECAoQAQ#v=onepage&q=aplicaciones%20de%20la%20elipse%20y%20el%20sonido&f=false> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de (https://www.bunam.unam.mx/mat_apoyo/MaestrosAlumnos/mApoyo/01/Unidad_3/a10u3t02p25.html#2) fecha de consulta 27 de marzo del 2020



- (2020) Recuperado de <https://books.google.com.mx/books?id=IUZCCAYSM0AC&pg=PA150&lpg=PA150&dq=aplicaciones+de+la+elipse+y+el+sonido&source=bl&ots=H4ndNOJ0T&sig=ACfU3U39hm2Rh2Q7ZvQkoAN84JxxAJeS1g&hl=es419&sa=X&ved=2ahUKewiqvYrqq7zoAhXKZc0KHsRjAwgQ6AEwEnoECAoQAQ#v=onepage&q=aplicaciones%20de%20la%20elipse%20y%20el%20sonido&f=false> fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=ZZtG_9k6UeA y https://www.youtube.com/watch?v=RTv6_40d3KQ fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de http://sgpwe.izt.uam.mx/files/users/uami/lrm/GeomAna/Stewart_Cap10.pdf fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de https://portalacademico.cch.unam.mx/materiales/prof/matdidac/sitpro/mate/mate/mate3/matemall/11U4Ecuacion_general_de_una_elipse.pdf fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=849ryoz3LaU&t=61s> fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de https://usuarios.fceia.unr.edu.ar/~ugarte/Algebra%20y%20Geometria%20Analitica/Conicas/Secciones%20%20c%F3nicas_2018.pdf fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de (2020) Recuperado de http://www.aliat.org.mx/BibliotecasDigitales/sistemas/Geometria_analitica.pdf fecha de consulta 27 de marzo del 2020
- (2020) Recuperado de https://www.youtube.com/watch?v=vICf_Jlwar4&list=PLeySRPnY35dEqa7TokZvU6AqPL0n246JA fecha de consulta 27 de marzo del 2020



Secretaría de Educación

Gobierno de Puebla

SECRETARÍA DE EDUCACIÓN
SUBSECRETARÍA DE EDUCACIÓN BÁSICA Y MEDIA SUPERIOR
DIRECCIÓN DE BACHILLERATOS ESTATALES Y PREPARATORIA ABIERTA

(2020) Recuperado de <https://seccioneconicasayuda.wordpress.com/la-circunferencia-en-la-vida-real/> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://www.geogebra.org/m/pt87e7ST> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=P-PhOy9F7Sg> fecha de consulta 27 de marzo del 2020

(2020) Recuperado de <https://www.youtube.com/watch?v=d1SyjVGVpk> fecha de consulta 27 de marzo del 2020